

Největší společný dělitel mnohočlenů

PŘÍKLAD 1: Určete NSD v $\mathbb{R}[x]$ mnohočlenů $x^2 - 5x + 6$, $x^2 - 4x + 4$.

```
[ > restart;
[ > f:=x^2-5*x+6; g:=x^2-4*x+4;
      f:=x^2-5x+6
      g:=x^2-4x+4
Použijeme příkaz gcd:
[ > gcd(f,g);
      x-2
[ > factor(f); factor(g);
      (x-2)(x-3)
      (x-2)^2
[ > factor(f,real); factor(g,real);
      (x-2.000000000)(x-3.000000000)
      (x-2.000000000)(x-2.)
```

PŘÍKLAD 2: Určete NSD v $\mathbb{R}[x]$ mnohočlenů $x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 7x - 6$, $2x^3 - 4x^2 - x + 2$.

```
[ > restart;
[ > f:=x^4-2*x^3-2*x^2+7*x-6; g:=2*x^3-4*x^2-x+2;
      f:=x^4-2x^3-2x^2+7x-6
      g:=2x^3-4x^2-x+2
[ > gcd(f,g);
      x-2
[ > factor(f); factor(g);
      (x-2)(x^3-2x+3)
      (x-2)(2x^2-1)
[ > factor(f,real); factor(g,real);
      (x+1.893289196)(x-2.)(x^2-1.893289196x+1.584543981)
      2.(x+0.7071067812)(x-0.7071067812)(x-2.)
```

Maple dokáže určit polynomy $q(x)$ (quotient, příkaz **quo(f(x),g(x),x)**) a $r(x)$ (remainder, příkaz **rem(f(x),g(x),x)**) z rovnosti $f(x) = g(x)q(x) + r(x)$. Pracuje v tělese, který je určeno koeficienty polynomů $f(x)$, $g(x)$. Přesněji to znamená, v nejmenším tělese obsahujícím koeficienty těchto polynomů. Pokud například mají $f(x)$, $g(x)$ celočíselné koeficienty, pracuje program v oboru integrity $\mathbb{Q}[x]$.

PŘÍKLAD 3: Určete $q(x)$ (tj. částečný podíl) a $r(x)$ (tj. zbytek) při dělení polynomu $x^2 + \sqrt{2}x + \sqrt{2}$ polynomem $3x + 1$.

Poznámka: Těleso, v němž je úloha řešena je určeno povahou koeficientů. Jedná se tedy o těleso čísel ve tvaru $a + b\sqrt{2}$, kde a, b náleží \mathbb{Q} .

```
[ > restart;
[
```

```

> f:=x^2+sqrt(2)*x+sqrt(2); g:=3*x+1;
      f := x2 + √2 x + √2
      g := 3 x + 1
> quo(f,g,x);
      x + √2 - 1/3
      ---
      3
> rem(f,g,x);
      2√2 + 1/3
      ---
      3
> gcd(f,g);
      1

```

PŘÍKLAD 4: Určete NSD v $\mathbb{R}[x]$ mnohočlenů $x^3 + 2x^2 + 3x + 6$, $3x^5 + 7x^2 - 4$.

```

> restart;
> f:=x^3+2*x^2+3*x+6; g:=3*x^5+7*x^2-4;
      f := x3 + 2 x2 + 3 x + 6
      g := 3 x5 + 7 x2 - 4
> gcd(g,f);
      1
> q1:=quo(g,f,x);
      q1 := 3 x2 - 6 x + 3
> r1:=rem(g,f,x);
      r1 := -22 + x2 + 27 x
> q2:=quo(f,r1,x);
      q2 := x - 25
> r2:=rem(f,r1,x);
      r2 := -544 + 700 x
> q3:=quo(r1,r2,x);
      q3 := x/700 + 4861/122500
> r3:=rem(r1,r2,x);
      r3 := -12654/30625
> q4:=quo(r2,r3,x);
      q4 := 8330000/6327 - 10718750 x/6327
> r4:=rem(r2,r3,x);
      r4 := 0

```

PŘÍKLAD 5: Určete NSD v $\mathbb{R}[x]$ mnohočlenů $x^4 - 2x^2 + 1$, $x^3 + 3x^2 - x - 3$.

```

[ > restart;
[ > f:=x^4-2*x^2+1; g:=x^3+3*x^2-x-3;
      f:=x4-2x2+1
      g:=x3+3x2-x-3
[ > gcd(f,g);
      x2-1
[ > q1:=quo(f,g,x);
      q1:=x-3
[ > r1:=rem(f,g,x);
      r1:=-8+8x2
[ > q2:=quo(g,r1,x);
      q2:= $\frac{x}{8}+\frac{3}{8}$ 
[ > r2:=rem(g,r1,x);
      r2:=0
[ >

```